السوائل غير النيوتونية (*Nonnewtonian Fluids*):

5.7.1- الخواص المرنه للسوائل غير النيوتونية:

لقد أثبتت الدراسات والبحوث الحديثة أهمية الدور الذي تلعبه الخواص المرنة للسائل عند الجريان وخاصة السوائل غير النيوتونية التي تظهر خواصها المرنة بشكل واضح ويؤدي في بعض الأحيان إلى شذوذ واضح في سلوكية السائل. وسوف نتناول هنا أهم هذه الخواص التي تتمثل في ذاكرة السائل، زمن التأخر (زمن الاستجابة) وذاكرة السائل.

عندما يتعرض السائل لمؤثر ما فإنه وبعد فترة زمنية معينة، تختلف من سائل إلى آخر، يستجيب لهذا المؤثر ويظهر نتيجة لذلك الأثر المناسب على السائل المذكور. يدعى الزمن اللازم حتى يبدأ الأثر بالظهور بعد تطبيق المؤثر بزمن استجابة أو زمن تأخر السائل. وقد اتضح مؤخراً أن زمن تأخر السائل يعبر عن مدى استقرار وتوازن الجملة المدروسة وكلما كان زمن تأخر الجملة كبيراً كانت الجملة أقل استقراراً من الناحية الهيدروليكية وتسلك بالتالي سلوكاً غير عادي كأن تنخفض المقاومة الهيدروليكية للجريان أو ترتفع لدرجة يحدث عندها الإنتقال مبكر من الجريان الخطي إلى الجريان المضطرب أي قبل أن تصل السرعة إلى السرعة الحدية. وعلى العكس فكلما انخفض زمن تأخر الجملة كانت أكثر استقراراً وتوازناً وبالتالي فإنه من الممكن أن يتأخر الاضطراب أوبمعنى آخر يحدث عند سرعات أكبر من السرعة الحدية العادية فيما لو عوملت الجملة بشكل ينخفض فيه زمن تأخر السائل.

أما الذاكرة فتعبر عن الزمن اللازم لاختفاء الأثر عن السائل بعد زوال المؤثر. والجدير بالذكر أن جميع السوائل أكانت نيوتونية أم غير نيوتونية تتمتع بهاتين الخاصيتين غير أن قيمتها قد تكون صغيرة جداً في السوائل النيوتونية بالنسبة لبعض المؤثرات الفيزيائية كالضغط مثلاً، لدرجة يمكن إهمالها واعتبارها غير موجودة. فزمن الاستجابة بالنسبة للماء مثلاً عندما يكون المؤثر هو الضغط يبلغ قيمة صغيرة جداً ويقدر بأجزاء

الثانية، أما بالنسبة للسوائل غير النيوتونية فإن كلاً من زمن الاستجابة والذاكرة قد يبلغ قيماً كبيرة ويتراوح من عدة دقائق إلى عدة ساعات وقد يدوم لعدة أيام.

أما معامل مرونة السائل فهو مقلوب معامل الانضغاطية ويقاس بالباسكال وهو يعبر عن مدى استعداد السائل لأن يبدي خواصاً مرنة بدرجة ملحوظة. وسنأتي على كيفية تحديد هذه العوامل لاحقاً.

5.7.2- اضطراب السوائل المرنة:

يختلف جريان السوائل غير النيوتونية التي سنأخذ مثالاً عليها المحاليل والسوائل البوليميرية، اختلافاً كلياً عن جريان السوائل النيوتونية ويتلخص الاختلاف في ظهور الخواص المرنة لهذه المحاليل التي تؤدي إلى ظواهر غير مألوفة قياساً بجريان السوائل النيوتونية لذلك فإن شرح أسباب وميكانيكية هذه الظواهر الشاذة هام جداً من أجل تطوير هيدروديناميكية السوائل المرنة. فالدور الشاذ الذي تلعبه الخواص المرنة للسوائل هام جداً، ففي إحدى الحالات يتم استخدام هذا الدور بشكل إيجابي، فمثلاً تسمح ظاهرة انخفاض المقاومة الهيدروليكية بتخفيض النفقات عند ضخ الخامات المرنة، وظاهرة ارتفاع المقاومة الهيدروليكية أثناء ارتشاح السوائل غير النيوتونية ضمن الطبقات الأرضية تعطي إمكانية زيادة الاحتياطي المستثمر من النفط، وفي بعض الحالات الأخرى فإن ظهور الخواص المرنة للسوائل يملي بعض الشروط الحدية للعملية.

هناك العديد من المراجع التي تعالج ظواهر الخواص المرنة وجميعها تتفق على أن هذه الخواص تلعب دوراً هاماً في جريان السوائل وأهم مايخص الجريان هو وضع تصور عن توازن وفقدان استقرارية جريان السوائل المرنة وظهور الاضطراب.

إن تاريخ أول بحث أجري لدراسة هذه الظاهرة كان عام (1926) حيث قام بعض العلماء بقياس لزوجة سائل صابوني كثيف في مقياس اللزوجة الدوار وملاحظة ازدياد غير متوقع لقوى المقاومة التي ظهرت على شكل نبضات قوية، عند السرعات القليلة جداً التي تنفي ظهور الاضطراب العادي.

لقد ربط العالمان أوستفلد وأورباخ هذه الظاهرة بظهور اضطراب خاص سيما وأنهم أوردوا نتائج تجريبية تشهد أن مثل هذا الاضطراب يتواجد عند جريان هذه السوائل عبر الأنابيب، وبعد ذلك أصبح واضحاً أن الاضطراب الملاحظ لا يحدد بعدد رينولدز العادي:

$$Re = \frac{v \cdot D}{\upsilon}$$

حيث إنَّ:

v : السرعة.

D : القطر.

υ : اللزوجة الكينماتيكية.

وهكذا لم يناقش تأثير الخواص المرنة للسوائل للوهلة الأولى، فالاهتمام الأكبر تناول أولاً بنية السائل الذي يبدي الاضطرابية الشاذة، حيث دعا العالم أوستفلد هذه الظاهرة بالاضطراب البنيوي.

في الثلاثينات من القرن الحالي انضمت مجموعة سوائل جديدة إلى هذه السوائل التي تبدي اضطراباً غير طبيعي، تمثلت بالمواد الغروية ذات الوزن الجزيئي المنخفض، وخاصة سوائل الدهانات، ومحاليل بعض المواد البوليميرية عالية الوزن الجزيئي (محاليل الصمغ العربي).

بعد ذلك تم ملاحظة ظاهرة عدم اتزان جريان السوائل البوليميرية التي حازت على اهتمام كبير من قبل العلماء، ورغم أن السوائل البوليميرية تمتاز بشكل واضح بالخواص المرنة، غير أنه لم يرد في الأذهان في ذلك الوقت أن تلعب الخواص المرنة الدور الأساس في ضياع استقرارية جريان السائل البوليميري، أو مايسمى "بالاضطراب المبكر" حيث دعيت هذه الظاهرة بالاضطراب المرن.

تتابعت الأبحاث بعد ذلك ووضعت عدة معادلات رياضية في محاولة لوصف جريان السوائل المرنة وقد تضمنت هذه المعادلات عاملاً مجرداً من الواحدة وله القيمة التالية:

$$\varepsilon = \frac{\theta \cdot \gamma}{2}$$

حيث إنَّ:

θ : زمن تأخر السائل.

$\gamma = V / D$: تدرج السرعة.

إن أول من انتبه إلى دور هذا العامل المجرد من الواحدة كان العالم ڤايسنبرغ الذي أشار إلى أن العامل المذكور يمثل الكثير من الأهمية بالنسبة للسوائل المرنة ويلعب بالنسبة لها دور عدد رينولدز بالنسبة للسوائل النيوتونية اللزجة وباقتراح من العالم ويت فقد تم تسمية ضعف القيمة لهذا العالم بعدد ڤايسنبرغ:

$$\mathrm{we} = \theta \cdot \gamma = \frac{\theta \cdot \mathrm{v}}{D}$$

وهنا يمكن القول بأن عدد ڤايسنبرغ هو علاقة قوى المرونة مع قوى اللزوجة:

$$\mathrm{we} = \frac{\text{قوىالعطالة}}{\text{قوىاللزوجة}}$$

بينما يعبر عدد رينولدز عن العلاقة بين قوى العطالة وقوى اللزوجة:

$$\mathrm{Re} = \frac{\text{قوىالعطالة}}{\text{قوىاللزوجة}}$$

يمكن تفسير ظهور الاضطراب المبكر وضياع استقرارية الجريان إلى اختلاف في اتزان جريان قوى اللزوجة وقوى العطالة وقوى المرونة علماً أن هذه القوى منفصلة عن بعضها البعض.

عندما تفقد قوى اللزوجة توازنها يظهر الاضطراب العادي الذي شاهده لأول مرة العالم رينولدز حيث دعي باضطراب العطالة ويحققه القانون رينولدز:

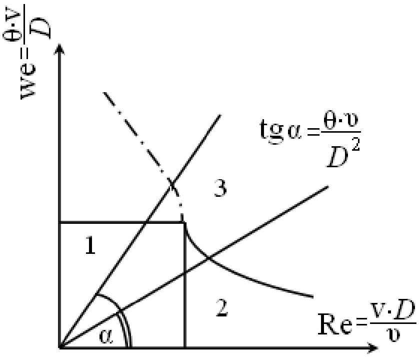
$$\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{v} \cdot D}{\upsilon}$$

أما عندما تفقد قوى المرونة توازنها فيظهر الاضطراب المبكر الذي شاهده ڤايسنبرغ ويدعى بالاضطراب المرن ويحققه قانون ڤايسنبرغ التالي:

$$\mathrm{we} = \frac{\theta \cdot \mathrm{v}}{D}$$

أثبتت التجارب العديدة التي أجريت على البوليميرات المذابة وسوائلها اللزجة أن الاضطراب المرن يحدث عند أعداد رينولدز الصغيرة جداً وظهوره يحدد عن طريق معرفة عدد ڤايسنبرغ الحرج الذي تتراوح قيمته بين $(10 \div 1)$، وهنا يبرز السؤال التالي: ماذا يحدث فيما لو ازدادت كل من قوى المرونة وقوى العطالة، علماً أنه لتحقيق ذلك يكفي فقط أن تزداد سرعة الجريان؟. إن المعطيات التجريبية الموسّعة والمتوفرة حتى الوقت الحاضر قد أثبتت أنه بالإضافة إلى اضطراب العطالة واضطراب المرونة يوجد نظام ثالث وذلك عندما تكون قيم قوى العطالة وقوى المرونة كبيرة جداً. وهذا الاضطراب يدعى الاضطراب المشترك.

من أجل فهم ظهور الأنظمة المختلفة للجريان، ندرس وضع نقاط الجريان في $(\mathrm{Re}, \mathrm{we})$، ونستخدم للتبسيط جريان السائل المرن كما في الشكل (5.15).



الشكل (5.15)، 1– جريان صفحي، 2– اضطراب عطالي، 3– اضطراب عطالي–مرن، 4– اضطراب مرن.

وهكذا فعند جريان السوائل المرنة يكون هناك أربعة أنظمة للجريان (جريان صفحي وثلاثة جريانات مضطربة)، وأما حدود هذه الأنظمة في المستوي (Re, we) فيحددها خطان منحنيان يقسمان المستوي إلى أربعة مجالات هي:

- مجال الجريان الصفحي: وهو يقابل قيماً صغيرة جداً لكل من (we) و(Re).
- مجال الاضطراب العطالي: عندما تكون قيم (Re) كبيرة وقيم (we) صغيرة.
- مجال الاضطراب المرن: ويقابل القسم الذي تكون فيه قيم (Re) صغيرة وقيم (we) كبيرة.
- مجال الاضطراب العطالي- المرن: وفيه تكون قيم كل من (we) و(Re) كبيرة.

يمكن الوصول إلى الجريان العطالي- المرن عند زيادة سرعة الجريان وذلك إما بوساطة الاضطراب المرن أو بوساطة الاضطراب العطالي وإمكانية تجسيد ذلك تحددها قيمة المعامل $(Z = \theta \cdot \upsilon / D^2)$ الذي يمثل ميل شعاع جريان النقطة المدروسة في المستوي (Re, we) وذلك عند زيادة السرعة. فإذا كان هذا العامل (وهو عبارة عن النسبة $(Z = \frac{\text{we}}{\text{Re}})$ كبيراً فسيظهر الاضطراب المرن أولاً وبعدها يتم الانتقال إلى الاضطراب العطالي -المرن.

أما عندما تكون قيمة العامل المذكور صغيرة فيظهر أولاً الاضطراب العطالي ومن ثم يتم الانتقال إلى الاضطراب العطالي -المرن، ويحدث الانتقال إلى الجريان العطالي – المرن المضطرب بسبب ضعف استقرار الجملة أو بسبب نظام الجريان العطالي أو الجريان المرن.

أما وضع الحدود الفاصلة بين أنواع الجريانات فتحدده الحالة الجيومترية للجريان وبالتالي ليس من الضروري أن تكون حدود النظام الصفحي للجريان موازية للإحداثيات كما في الشكل، فقد نجد حالة جيومترية للجريان تؤدي إلى الشذوذ عن هذه الحالة وتصبح حدود الجريان الصفحي منحنيات خاصة لحالة جيومترية معينة، حيث بازدياد

عوامل الجريان تظهر جريانات أخرى. هذا وقد لوحظ أن تأثير زيادة (we) يشابه تماماً زيادة تأثير (Re) في السوائل النيوتونية.

ومن الجدير بالذكر أنه من أجل وصف جريان السوائل المرنة لابد من عوامل أخرى تشابهية (بدون واحدة)، ومن المحتمل أن يعطي تغير هذه العوامل تفسيراً ثانياً لتغير حدود الجريان، حيث ينتظر أن تكون هذه التغيرات في حدود الجريان الممثلة بخط منقط على الشكل (5.15).

تدل دراسة جريان السوائل المرنة في الأنابيب الدائرية الملساء، أنه من أجل أقطار كبيرة (D)، أو لزوجات قليلة (υ) وعند زمن تأخر (θ) قليلاً أي بعبارة أخرى عندما يكون العامل ($Z = \theta \cdot \upsilon / D^2$) صغيراً فإن جزيئات السائل المرن في المجال الصفحي وبداية الجريان المضطرب يطابق تماماً جريان السائل النيوتوني، والانحراف لايحدث إلا عند ارتفاع بسيط في عدد رينولدز، وهذا الانتقال من الاضطراب العطالي إلى الاضطراب العطالي- المرن يترافق في هذه الحالة بانخفاض المقاومة الهيدروليكية بالمقارنة مع السائل النيوتوني.

أما إذا كان العمل (Z) كبيراً فإنه في البداية وبعد الجريان الصفحي يلاحظ ارتفاع بسيط في المقاومة وذلك بسبب الاضطراب المبكر، وهذا ما يشكل الاضطراب المرن، ومع زيادة السرعة فإن الاضطراب المرن يتحول إلى الاضطراب العطالي- المرن ويظهر انخفاض في المقاومة الهيدروليكية.

عادة يتميز الاضطراب العطالي على الجدران الملساء بسرعة ديناميكية تعطى بالعلاقة التالية:

$$\mathrm{v}^* = \sqrt{\tau/\rho}$$

حيث (ρ) الكثافة و($\delta = \dfrac{\upsilon}{\mathrm{v}^*}$) عامل يصف بنية السائل.

لهذا السبب فمن الطبيعي افتراض أن الانتقال من الاضطراب العطالي إلى الاضطراب العطالي- المرن في هذه الحالة يحدث بسبب تشكل بنية كنتيجة لعدم توازن قوى المرونة، وهذا يحدث عند قيمة معينة لعدد ڤايسنبرغ:

$$\mathrm{we} = \frac{\theta \cdot \mathrm{v}^*}{\delta}$$

وإذا كان:

$$\tau = C_f \cdot \rho \cdot \frac{\mathrm{v}^2}{2}$$

حيث يمكن وصف معامل المقاومة بدقة كافية على شكل متغير أسي:

$$C_f = \frac{C}{\mathrm{Re}^n}$$

وتقود الشروط المختارة إلى المعادلة التي تصف الحدود الفاصلة بين مجال الجريان العطالي والعطالي- المرن والتي تأخذ الشكل التالي:

$$\mathrm{we} = \frac{A}{\mathrm{Re}^{1-n}}$$

حيث

$$A = \frac{2 \cdot \mathrm{we}^*}{C}$$

حيث (we^*) عدد ڤايسنبرغ الحرج.

أما شرط الانتقال من الاضطراب العطالي إلى الاضطراب العطالي- المرن يمكن أن يعطى عبر عتبة عدد رينولدز:

$$\mathrm{Re} = B \cdot \left(\frac{\theta \cdot \upsilon}{D^2}\right)^{-\frac{1}{2-n}}$$

حيث (B) ثابت قيمته:

$$B = A^{\frac{1}{2-n}}$$

وقد أثبتت التجارب المجراة صحة هذه الطريقة الرياضية.

يمكن ملاحظة ظواهر أخرى متعلقة بنوعية جريان السائل المرن في الأقنية المتغيرة المقاطع، وكذلك أثناء ارتشاح السوائل في الطبقات الأرضية حيث تزداد المقاومة بعشرات المرات نتيجة للاضطراب المرن. أثناء ضخ الخامات الثقيلة عبر الأنابيب وعند الانتقال من الاضطراب المرن إلى الاضطراب العطالي– المرن يمكن أن يلاحظ انخفاض كبير ومفاجئ في المقاومة الهيدروليكية الذي يقابله ازدياد واضح في الغزارة في حالة ثبات فرق الضغط.

يلاحظ عند ازدياد المقاومة الهيدروليكية أيضاً عند جريان السائل المرن بسرعات تكافئ قيماً كبيرة لعدد رينولدز وعلى جدران ذات خشونة نسبية كبيرة وهكذا فإنه في الجريان العطالي– المرن المضطرب تتواجد المقاومة الهيدروليكية بقيم كبيرة أحياناً وبقيم صغيرة أحياناً أخرى.

5.7.3- النماذج الرياضية المستخدمة عند نقل السوائل عبر الأنابيب:

تسمح النماذج الرياضية بوصف حركة النفط اللزج والمشتقات النفطية أو غيرها من السوائل عبر الأنابيب بدقة مقبولة، كما أن وضع هذه النماذج يعتبر من أهم أوجه دراسة أية ظاهرة. ويمكن تقسيم النماذج الرياضية إلى:

1. نماذج حتمية: تستخدم هذه النماذج عندما نفترض أن وضع الجملة معلوم، مثال ذلك المعادلات التي تصف وضع الجملة المدروسة وكذلك العلاقات السلوكية.
2. النماذج الحتمية: تأخذ بعين الاعتبار السلوكية المحتملة للجملة المدروسة.
3. نماذج تكيف مع الدراسة: تستخدم عادة في الحالات التي تستوجب تحديد وضع الجملة المدروسة في شروط غير مستقرة مع عدم توفر كافة المعلومات المطلوبة.

نورد فيمايلي بعض الأمثلة عن المعادلات السلوكية الضرورية لتشكيل النماذج الحتمية للأجسام الحقيقية والسوائل:

1. حالة الجسم المرن يصفها قانون هوك (*Hooke's law*) التالي:

$$\tau = G \cdot \gamma$$

حيث أن (τ) إجهاد القص، (G) معامل يونغ و(γ) التشوه الزاوي.

2. من أجل الوسط اللزج فإن معادلة الحالة يحققها قانون نيوتن (*Newton's law*):

$$\tau = \eta \cdot \dot{\gamma}$$

حيث

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt}$$

3. بجمع المعادلتين السابقتين يتم الحصول على قانون فيخته الذي يصف حالة الوسط المعقد (المرن–اللزج):

$$\tau = G \cdot \gamma + \eta \cdot \dot{\gamma}$$

إن الربط التسلسلي بين العناصر المرنة واللزجة يعطي مايسمى بوسط ماكسويل (*Maxwell*) وهذا النموذج لماكسويل يبدي إجهادات استجابية فهو يمثل نموذج المواد التي تبدي استجابة (زمن تأخر).

تأخذ معادلة الحالة للمادة البلاستيكية اللزجة في حالة التشوه الزاوي الشكل التالي، قانون بنغهام (*Bingham's Law*):

$$\tau = \tau_o + \eta \cdot \dot{\gamma}$$

حيث

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial u}{\partial r}$$

حيث إنَّ:

τ : إجهاد القص، (pa).

τ_o : الإجهاد المماسي الأولي، (pa).

$\dot{\gamma}$: السرعة الزاوية، ($1/s$).

من الضروري التنويه إلى أنه من أجل تحديد قيم (τ_o) و(η) لابد من توفر منحني جريان السائل المدروس.

من أجل وصف الجمل المعقدة غير النيوتونية تستخدم علاقة السلوكية التالية للعالمان (هيسون–شولمان):

$$\tau^{\frac{1}{n}} = \tau_o^{\frac{1}{n}} + (K \cdot \dot{\gamma})^{\frac{1}{m}}$$

حيث إنَّ:

m, n : أعداد صحيحة موجبة وغالباً مايكون ($m = n = 2$).

K : متغير يتعلق باللزوجة البلاستيكية.

تدرس السوائل غير النيوتونية عادة على جهاز اللزوجة الدوار الذي يعتمد على تخريب بنية السائل وقياس مدى مقاومته عبر تعريضه لسرعة زاوية بين إسطوانتين الخارجية ثابته والداخلية تدور بسرعة متغيرة حيث يوضع السائل عادة في الفراغ الحلقي، وبالتالي وبالاستعانة بثابت الجهاز يمكن قياس الإجهاد (τ) واللزوجة الفعالة (η_E).

من أجل تحديد معامل المرونة وزمن التأخر تستخدم علاقة كروس ($Cross$) التالية:

$$\frac{1}{\eta_E^2} = \frac{1}{\eta_t^2} + \frac{\tau}{4G^2 \cdot \eta_t^2}$$

حيث

$$\theta = \frac{\eta_t}{G}$$

حيث إنَّ:

G : معامل مرونة السائل المدروس.

η_t : اللزوجة المقاسة عند الزمن (t).

θ : زمن تأخر السائل.

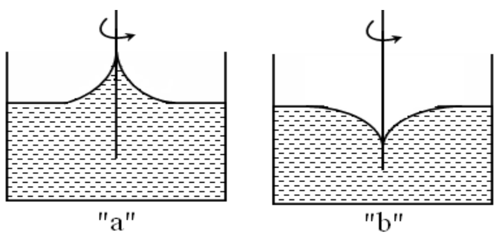
فبعد إنشاء المنحني ذي الإحداثيات ($\tau^2, 1/\eta_E^2$) يمكن من خلال تقاطع هذا المنحني (أومماسه في أي نقطة أخرى) مع المحور ($1/\eta^2$) يمكن تحديد قيمة اللزوجة اللحظية

(η_t) وأما قيمة معامل المرونة (G) فتحدد من ميل المنحني المعطى بالعلاقة $(\frac{1}{4G^2 \cdot \eta_t^2})$. وسنأتي على طرق قياس هذه العوامل في القسم العملي.

أخيراً ونظراً للأهمية الكبيرة للخواص المرنة كان لابد من اختيار سريع يعطي إمكانية التنبؤ عن الخواص المرنة للسائل المدروس ويعطي تحديداً لنوعية السائل نيوتونياً أم غير نيوتوني. يتحقق ذلك بإحدى الطريقتين التاليتين:

الطريقة الأولى: تتلخص في تمرير السائل عبر أنبوبة قياسية أفقية وإنشاء منحنيات الجريان لهذا السائل $(Q-\Delta p)$ وبيانياً يمكن التأكد إذا انطلق الخط من نقطة الإحداثيات أن السائل نيوتوني أما عندما يلاحظ وجود (Δp_o) أي أن المنحني لاينطلق من المركز فهذا يعني أن السائل غير نيوتوني.

الطريقة الثانية: وهي الأسرع وتدعى بخاصية ڤايسنبرغ التي تتلخص بالآتي: عند دوران قضيب مغموس في سائل غير نيوتوني فإن السائل يرتفع حول القضيب مشكلاً قمعاً يتجه نحو الأعلى (الحالة (a) في الشكل(5.16)) أما في حالة السائل النيوتوني فيتشكل قمعاً نحو الأسفل (الحالة (b)).



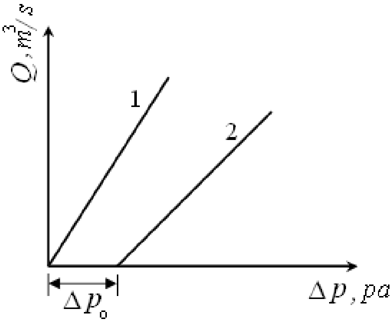
الشكل (5.16)، خاصية ڤايسنبرغ، "a"– سائل غير نيوتوني، "b"– سائل نيوتوني.

5.7.4- سلوكية السوائل غير النيوتونية (المرنة):

تتحدد لزوجة السوائل غير النيوتونية بقانون بنغهام:

$$\tau = \tau_o + \eta \cdot \frac{du}{dr}$$

حيث (τ_o) إجهاد القص الابتدائي الذي يعادل إجهاد حد السيولة (يبدأ السائل حركته بعد التغلب على هذا الإجهاد)، لذلك تصرف في بداية الجريان كمية من الطاقة (الضغط) ومقداره (Δp_o) للقضاء على (τ_o) حتى يبدأ السائل بالجريان (الشكل (5.17)).



الشكل (5.17)، منحنيات جريان السوائل، 1− سائل نيوتوني، 2− سائل غير نيوتوني.

ومع الأخذ بعين الاعتبار أن الإجهادات تؤثر على السطح الداخلي للأنبوبة وعلى كامل الطول وتتجه بعكس جهة الجريان وأن (Δp_o) يؤثر على مقطع الأنبوبة، فإنه يمكن كتابة الصيغة التالية التي تصف شرط بدء الجريان للسوائل غير النيوتونية:

$$\Delta p_o \cdot \pi \cdot r^2 = \tau_o \cdot 2\pi \cdot r \cdot L$$

حيث إنَّ:

r : نصف قطر الأنبوبة.

L : طول الأنبوبة.

وينتج بالتالي:

$$\Delta p_o = \tau_o \cdot \frac{2L}{r}$$

اعتماداً على ماذكر أعلاه، نشير هنا أن السوائل غير النيوتونية لاتخضع لقوانين الأواني المستطرقة بسبب وجود (τ_o).

الفرع الذي يدرس هذه المواضيع يسمى الريولوجيا (*Rheology*) –السلوكية–، وأما الجهاز المستخدم أثناء ذلك فهو جهاز اللزوجة الدوار الذي يقيس إجهاد القص

(τ) بالنسبة لمعدل تغير التشوه الزاوي بالنسبة للزمن أو يدعى أحياناً بمعدل تدرج السرعة ($\dot{\gamma} = \frac{du}{dn}$).

عند الوصف التحليلي للسوائل اللزجة تستخدم علاقات رياضية مختلفة وأكثرها شيوعاً العلاقة التالية:

$$\tau = K \cdot \dot{\gamma}^n$$

حيث إنَّ n : دليل الجريان و K : ثابت الصلابة.

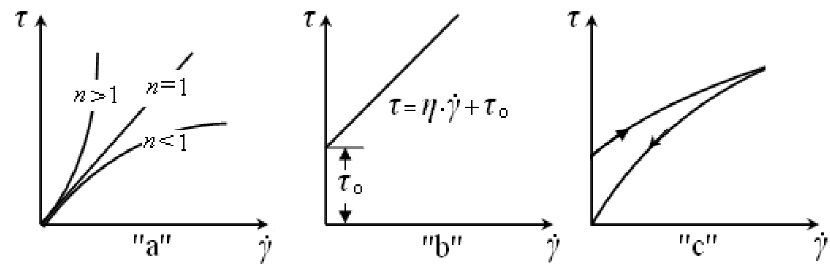
عندما تكون ($n<1$) عندئذ تتوافق المعادلة مع سلوك السائل شبه البلاستيكي (غير النيوتوني)، أما في حالة ($n>1$) فإن المعادلة تصف سلوك السائل الذي تتشكل بنيته الداخلية أثناء الحركة (غير نيوتوني).

في حالة ($n=1$) فإن المعادلة السابقة تأخذ الشكل الذي يصف سلوك السائل النيوتوني، ويتوافق الثابت (K) في هذه الحالة مع اللزوجة، لذلك من الواضح أنه في الحالة العامة يلعب الثابت (K) دور اللزوجة، فكلما كان هذا الثابت كبيراً كلما كان السائل أكثر لزوجة. ويبين الشكل (5.18.a) منحنيات جريان السوائل المختلفة.

من أجل السوائل البلاستيكية وشبه البلاستيكية نستخدم بشكل واسع نموذج بنغهام:

$$\tau = \tau_o + \eta \cdot \dot{\gamma}$$

وحسب العلاقة السابقة، فإن المادة تعتبر صلبة ولاتبدأ بالتشوه قبل أن يتعدى الإجهاد القيمة (τ_o)، حيث يجري التشوه بعد ذلك تماماً كما يجري في السائل النيوتوني ذي اللزوجة (η) ولكن تحت تأثير إجهاد أقل بقيمة مقدارها (τ_o) لذلك تدعى (η) باللزوجة البنيوية.



الشكل (5.18)، منحنيات جريان السوائل.

"a"– حسب النموذج ($\tau = K \cdot \dot{\gamma}^n$)، "b"– حسب نموذج بنغهام، "c"– السوائل التكسوتروبية التي تتميز بنقطة خضوع.

5.7.5- ضياع الضغط عند جريان السوائل غير النيوتونية:

عند دراسة تغير السرعة لسائل يجري في أنبوبة دائرية المقطع نصف قطرها (R) وذلك ابتداءً من محور الأنبوبة حيث السرعة أعظمية باتجاه جدار الأنبوبة حيث السرعة تساوي الصفر، يمكن كتابة قانون بنغهام للسوائل غير النيوتونية بالشكل:

$$\tau = \tau_o - \eta \cdot \frac{d\mathrm{v}}{dr} \qquad (5.85)$$

نقتطع داخل الأنبوبة إسطوانة من السائل تتمحور حول محور الأنبوبة ونكتب العلاقة بين القوى المؤثرة على الإسطوانة وبين الإجهاد المؤثر على سطحها الخارجي (الشكل (5.19)).

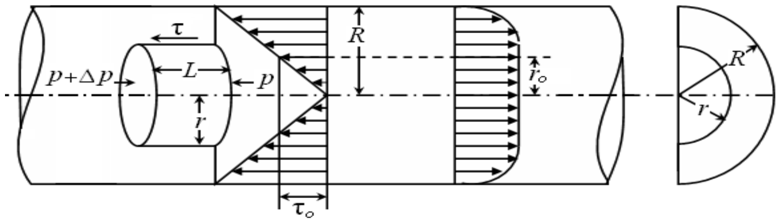
$$\Delta p \cdot \pi \cdot r^2 = 2\pi \cdot r \cdot L \cdot \tau \qquad (5.86)$$

حيث إنَّ:

Δp : فرق الضغط المؤثر على مقطع الإسطوانة.

r : نصف قطر الإسطوانة.

L : طول الإسطوانة.



الشكل (5.19)، مخطط توزع السرعة والإجهادات عند جريان السوائل البنغامية.

وينتج من المعادلة (5.86):

$$\tau = \frac{\Delta p \cdot r}{2L} \qquad (5.87)$$

بتعويض قيمة (τ) في المعادلة (5.85) وبعد معاملة المعادلة نحصل على معادلة السرعة على مسافة (r) من محور الأنبوبة:

$$\mathrm{v} = \int -\frac{1}{\eta} \cdot \left(\frac{\Delta p \cdot r}{2L} - \tau_o\right) \cdot dr = -\frac{1}{\eta} \cdot \left(\frac{\Delta p \cdot r^2}{4L} - \tau_o \cdot r\right) + C \qquad (5.88)$$

يتم تعيين ثابت التكامل (C) باعتبار أن السرعة تساوي الصفر عند جدار الأنبوبة أي عند الشروط:

$$r = R\,, \qquad \mathrm{v} = 0$$

عندئذ يكون:

$$C = \frac{1}{\eta} \cdot \left(\frac{\Delta p \cdot R^2}{4L} - \tau_o \cdot R\right)$$

بتعويض الثابت (C) في المعادلة (5.88) نحصل على المعادلة التالية:

$$\mathrm{v} = \frac{1}{\eta} \cdot \left[\left(\frac{\Delta p \cdot (R^2 - r^2)}{4L} - \tau_o (R - r)\right] \qquad (5.89)$$

ويبين الشكل (4.19) مخطط الإجهادات المماسية التي تتناقص قيمتها من القيمة الأعظمية عند جدار الأنبوبة وحتى الصفر عند المحور.

عندما تبلغ قيمة الإجهاد حداً معيناً (τ_o) أو أقل فإن صفيحات السائل لاتبدأ بالحركة وبالتالي فإن نواة التيار تتحرك وكأنها جسم صلب، ويمكن تعيين نصف قطر نواة التيار (r_o) عندما ($\tau = \tau_o$) من المعادلة (5.87) وينتج:

$$r_o = \frac{2L \cdot \tau_o}{\Delta p} \qquad (5.90)$$

أما سرعة نواة التيار (v_R) فتحدد بتعويض قيمة (r_o) من المعادلة (5.90) في المعادلة (5.89):

$$v_R = \frac{\Delta p}{4\eta \cdot L}(R^2 - r_o^2)$$

بحسب الشكل (5.19) فإن نواة التيار تتحرك كجسم صلب أما السائل المحيط فيتحرك بحركة خطية، ويدعى مثل هذا الجريان بالجريان البنيوي. تحدد غزارة الجريان البنيوي من العلاقة التالية:

$$Q = 2\pi r \cdot dr \cdot v + \pi r_o^2 \cdot v_R \qquad (5.91)$$

بتعويض قيمة (v) و(v_R) في المعادلة (5.91) وبعد إجراء التكامل نحصل على المعادلة التالية:

$$Q = \frac{\pi R^4 \cdot \Delta p}{8\eta \cdot L}\left[1 - \frac{4}{3}\ \frac{2L \cdot \tau_o}{R \cdot \Delta p} + \frac{1}{3}(\frac{2 \cdot L \cdot \tau_o}{R \cdot \Delta p})^4\right] \qquad (5.92)$$

وهي معادلة بنغهام التي توصل إليها عام (1921)

كما يلاحظ من المعادلة (5.90) أنه كلما كان فرق الضغط (Δp) صغيراً كان نصف قطر نواة التيار كبيراً. وعندما يبلغ (Δp) قيمة معينة (Δp_o) فإن نصف قطر نواة التيار يبلغ قيمة نصف قطر الأنبوبة (R) وذلك بحسب المعادلة:

$$\Delta p_o = \frac{2L \cdot \tau_o}{R} \qquad (5.93)$$

بمساعدة المعادلتين (4.92) و(4.93) نحصل على شكل جديد لمعادلة بنغهام:

$$Q = \frac{\pi R^4 \cdot \Delta p}{8\eta \cdot L}\left[1 - \frac{4}{3}\ \frac{\Delta p_o}{\Delta p} + \frac{1}{3}(\frac{\Delta p_o}{\Delta p})^4\right]$$

وبسبب أن قيمة (Δp_o) صغيرة جداً بالنسبة لقيمة (Δp) فإنه من الممكن إهمال الحد الثالث في المعادلة السابقة وعندئذ تأخذ المعادلة الشكل التالي:

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\eta \cdot L}\left[\Delta p - \frac{4}{3}\ \Delta p_o\right] \qquad (5.94)$$

وهي المعادلة الأساسية التي تصف جريانات السوائل غير النيوتونية، حيث أنه بمعرفة التدفق (Q) يمكن تحديد مقدار فاقد الضغط. أما قيمة (Δp_o) فيمكن تعيينها تجريبياً من منحنيات الجريان (انظر الشكل (5.17).

وعندما يكون ($\tau_o = 0$) فهذا يعني أن ($\Delta p_o = 0$) وبالتالي فإن المعادلة (5.94) تؤول إلى الشكل التالي حيث تدعى بمعادلة بوازيل:

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\eta \cdot L} \cdot \Delta p \qquad (5.95)$$

وهذه المعادلة تستخدم عند حسابات السوائل النيوتونية.